

## Bedömningsanvisningar

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

### Del B

- 1.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar (5) +1 E<sub>B</sub>
- 
- 2.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar (6) +1 E<sub>B</sub>
- 
- 3.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar (D:  $4x^3 + 2x^2$ ) +1 E<sub>B</sub>
- 
- 4.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar ( $30^\circ$  och  $150^\circ$ ) +1 E<sub>B</sub>
- Kommentar:* Även svaret ”30 och 150” utan gradbeteckningar anses vara korrekt.
- 
- 5.** **Max 1/2/0**
- a) Korrekt svar ( $f'(x) = 12x^3 + 6$ ) +1 E<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar ( $f'(x) = e^x + e$ ) +1 C<sub>P</sub>
- c) Korrekt svar  $\left( f'(x) = -\frac{2}{3}x^{-2} + \frac{3}{2} \right)$  +1 C<sub>P</sub>
- Kommentar:* Svar utan ” $f'(x)$ ” anses vara korrekt.
- 
- 6.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (C: Intäkten beror av hur många stolar som tillverkas i företaget.) +1 C<sub>B</sub>

- 7.** **Max 0/3/0**
- a) Korrekt svar ( $x = 4$ ) +1 C<sub>B</sub>
- b) Korrekt intervall, t.ex. ” $x$  är större än eller lika med 2 och  $x$  är mindre än eller lika med 4” +1 C<sub>B</sub>
- där det korrekta intervallet kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C, dvs. med korrekt använda olikhetstecken ( $-2 \leq x \leq 4$ ) +1 C<sub>K</sub>
- Kommentar:* Vissa läromedel inkluderar inte derivatans nollställen i intervallet. Vid bedömning bör detta beaktas.
- 8.** **Max 0/1/1**
- Anger en korrekt funktion, t.ex.  $y = e^x$  +1 C<sub>B</sub>
- med korrekt införd konstant ( $y = ae^x$ ) +1 A<sub>B</sub>
- 9.** **Max 1/0/1**
- a) Korrekt svar (8) +1 E<sub>B</sub>
- b) Korrekt svar (2) +1 A<sub>PL</sub>
- 10.** **Max 0/0/2**
- Anger ett korrekt fall, t.ex.  $-0,6$  +1 A<sub>B</sub>
- med ytterligare ett korrekt fall angivet ( $\pm 0,6$ ) +1 A<sub>PL</sub>

## Del C

11. **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion,  $2x^3$  +1 E<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14) +1 E<sub>P</sub>

12. **Max 3/0/0**
- Korrekt bestämning av derivatans nollställen,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$  +1 E<sub>P</sub>  
 med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater, (0, 0) och (2, -4) +1 E<sub>P</sub>  
 Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär  
 (maximipunkt (0, 0) och minimipunkt (2, -4)) +1 E<sub>P</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



13. **Max 2/3/0**
- a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen  $10x + 3 = 18$  +1 E<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 1,5$ ) +1 E<sub>PL</sub>
- b) Korrekt bestämning av tangentens ekvation,  $y = 20x - 36$  +1 C<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ((1,8; 0)) +1 C<sub>PL</sub>
- Lösningen (deluppgift b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom  $f(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f'(6)$ , termer såsom koordinater, tangent och  $x$ - axel samt hänvisning till tangentens ekvation etc. +1 C<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



14. **Max 1/2/0**
- a) Godtagbar lösning med korrekt svar  $\left(\frac{x+2}{2}\right)$  +1 E<sub>P</sub>
- b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om uttrycket till  $\frac{x^2 + 8x + 16}{2(x-4)(x+4)}$  +1 C<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar  $\left(\frac{x+4}{2(x-4)}\right)$  +1 C<sub>P</sub>

15. Max 0/0/1

Godtagbar lösning, där insikt visas om att problemet löses genom direkt avläsning i graf, med korrekt svar ( $-1$ )

+1 A<sub>PL</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



16. Max 0/2/2

Korrekt tecknad ändringskvot,  $\frac{\frac{A}{(x+h)} - \frac{A}{x}}{h}$

+1 C<sub>B</sub>

med korrekt förenkling av ändringskvoten, t.ex.  $\frac{-Ah}{hx(x+h)}$

+1 C<sub>P</sub>

med korrekt bestämning av derivatan,  $f'(x) = \frac{-A}{x^2}$

+1 A<sub>B</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom  $f(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f(x+h)$ , korrekt användning av symbolen  $\lim_{h \rightarrow 0}$ , bråkstreck och hänvisning till derivatans definition

etc.

+1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



## Del D

17. Max 2/0/0

Godtagbar ansats, t.ex. ritar graferna till derivatorna i ett och samma koordinatsystem

+1 E<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 0,75$ )

+1 E<sub>PL</sub>

18. Max 1/1/0

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar ( $K'(30) \approx 1700$ )

+1 E<sub>B</sub>

b) Godtagbar tolkning (t.ex. ”Antalet kanadagäss ökar med 800 per år då  $t = 20$  år”) +1 C<sub>B</sub>

*Källa:* Jägareförbundet (2009). Kanadagås, publ. 2009-09-21, (hämtat 2010-10-07), <http://www.jagareforbundet.se/Viltet/ViltVetande/Artpresentationer/Kanadagas/>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



19.

Max 2/1/0

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp cosinussatsen med korrekt insatta värden +1 E<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (2900 m<sup>2</sup>) +1 E<sub>M</sub>

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken,  $\approx$ , beteckningar såsom  $\cos v \approx 0,178$  och  $v \approx 79,7^\circ$ , hänvisning till cosinussatsen, areasatsen, Pythagoras sats etc. +1 C<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



20.

Max 2/3/0

a) Godtagbar inledning till resonemang, t.ex. ansätter  $x = 1$  och  $y = 2$  +1 E<sub>R</sub>  
 med korrekt slutfört resonemang med korrekt svar (Nej) +1 E<sub>R</sub>

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar  $(x - 1)^2 + (y - 0,5)^2$  +1 C<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,5 a.e.) +1 C<sub>PL</sub>

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken,  $\neq$ ,  $\pi$ , rottecken, VL, HL, parenteser, hänvisning till cirkelns ekvation och termer såsom radie, omkrets, area etc. +1 C<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



21.

Max 1/2/1

a) Godtagbart svar som visar insikt om att villkoret  $F'(x) = f(x)$  inte är uppfyllt, (t.ex. "Nej, för om man deriverar  $F$  får man inte  $f$ .") +1 E<sub>R</sub>

b)

E	C	A
	Troliggör för minst två specialfall att påståendet stämmer om $a < 0$ eller visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$ . 1 C <sub>R</sub>	Troliggör för mer än två specialfall att påståendet stämmer om $a < 0$ och visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$ . 2 C <sub>R</sub>
		Visar att påståendet stämmer för <i>alla</i> $a < 0$ och visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$ . 2 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



**Forts. uppgift 21**

*Kommentar (införd 2013-02-08):* Bedömningsanvisningen ovan utgår från att eleven utreder fallen  $a = 0$  och  $a < 0$  separat och sedan drar separata slutsatser om dessa. Om någon sammanfattning av slutsatserna görs så är den av typen ”Det stämmer ibland” eller ”Det stämmer inte alltid.”

Om eleven istället visar att påståendet ”Grafen till  $f(x) = x^3 + ax$  har tre olika nollställen om konstanten  $a \leq 0$ ” är falskt genom att t.ex. peka på att fallet  $a = 0$  strider mot påståendet, så ges två resonemangspoäng på C- och en resonemangspoäng på A-nivå.

**22.****Max 1/2/1**

- a) Godtagbar lösning med korrekt svar ( $95^\circ$ ) +1 E<sub>M</sub>
- b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (3,8 %) +1 C<sub>M</sub>

c)

<b>E</b>	<b>C</b>	<b>A</b>
	Utvärderar Karolinas modell med ett enkelt omdöme.  Omdömet visar insikt om att Karolinas modell inte tar hänsyn till omgivningens temperatur.	Utvärderar Karolinas modell med ett nyanserat omdöme.  Omdömet visar insikt om att Karolinas modell inte tar hänsyn till omgivningens temperatur <i>och</i> hur denna brist påverkar modellens egenskaper.
	1 C <sub>M</sub>	1 C <sub>M</sub> och 1 A <sub>M</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*

**23.****Max 0/0/3**

- Korrekt tecknad funktion för produkten i två variabler, t.ex.  $D = xy(y - x)$  +1 A<sub>B</sub>
- där en variabel eliminerats korrekt, t.ex.  $D = x(8 - x)(8 - 2x)$  +1 A<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning, inklusive godtagbar verifiering av maximum, med godtagbart svar (6,31 och 1,69) +1 A<sub>PL</sub>

*Kommentar:* Observera att om eleven härlett funktionen  $D = 2x^3 - 24x^2 + 64x$  erhålls maximum då  $x \approx 1,7$  och om eleven härlett funktionen  $D = -2x^3 + 24x^2 - 64x$  erhålls maximum då  $x \approx 6,3$

*Källa:* Tichomirov, V.M. (1990). *Stories about Maxima and Minima*. Providence, R.I.: American Mathematical Society. Sid.37

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



24.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. förklarar att derivatan är en funktion av andra graden som har en extrempunkt då  $x = 4$  +1 A<sub>R</sub>

med godtagbart slutfört resonemang med korrekt svar (På grund av symmetri hos andragsgradsfunktionen måste  $f'(6) = f'(2) = -1$ ) +1 A<sub>R</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom  $f(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f'(6) = -1$  och termer såsom symmetri, andragsgradsfunktion, tredjegradsfunktion, graf, derivata och en tydlig figur med införda beteckningar etc. +1 A<sub>K</sub>

*Kommentar:* Även en algebraisk ansats som utgår från de givna villkoren och en generell tredjegradsfunktion (t.ex.  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ) och som leder till sambanden  $24a + 2b = 0$  och  $12a + 4b + c = -1$  ges den första poängen.

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



25.

Max 0/1/3

E	C	A	
	Anger någon relevant egenskap hos minst en av modellerna (summan eller integralen) som förklaring till skillnaden, t.ex. antyder att skillnaden har att göra med att mormor bara sätter in pengar ibland <i>eller</i> att hon inte sätter in pengar hela tiden.	Kopplar skillnaden till att de två modellerna (summan och integralen) baseras på en diskret respektive en kontinuerlig funktion, men ger ingen godtagbar förklaring till varför summan är större än integralen <i>eller</i> diskuterar/visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar.	Diskuterar/visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar <i>och</i> förklarar varför summan blir större än integralen genom att t.ex. hänvisa till en figur som visar hela tidsperioden där det framgår att arean under kurvan (integralen) är mindre än den sammanlagda arean av de sex staplarna (summan).
	1 C <sub>R</sub>	1 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub>	1 C <sub>R</sub> och 2 A <sub>R</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara integralbeteckningar, likhetstecken och termer såsom funktionsvärde, diskret och kontinuerlig funktion, area, summa och en tydlig figur över hela tidsperioden etc. +1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



**Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga**

<b>Kommunikativ förmåga</b>	<b>E</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>Max</b>
<p><b><i>Fullständighet, relevans och struktur</i></b></p> <p>Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.</p>	<p>Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande.</p> <p>Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig.</p> <p>(1/0/0)</p>		<p>Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår.</p> <p>Redovisningen är välstrukturerad.</p> <p>(1/0/1)</p>	(1/0/1)
<p><b><i>Beskrivningar och förklaringar</i></b></p> <p>Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.</p>	<p>Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar.</p> <p>Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad.</p> <p>(1/0/0)</p>		<p>Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar.</p> <p>(1/0/1)</p>	(1/0/1)
<p><b><i>Matematisk terminologi</i></b></p> <p>Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</p>	<p>Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen.</p> <p>(1/0/0)</p>	<p>Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen.</p> <p>(1/1/0)</p>	<p>Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen.</p> <p>(1/1/1)</p>	(1/1/1)
<b>Summa</b>				<b>(3/1/3)</b>